



MATEMÁTICAS

(Elija UNA opción de Matemáticas)

OPCIÓN 1 (MAT-1).

1. Determinar el polinomio de segundo grado $p(x)$ que satisface

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - p(x)}{x^2} = 0$$

siendo $f(x) = x + 2|\cos x|$.

[1.5 puntos]

2. Determinar el valor de b en $f(x) = \frac{e^{bx^4} - \cos bx}{x^2}$ tal que $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$.

[1.5 puntos]

3. Hallar la derivada de la función siguiente:

$$G(x) = \int_{\sqrt{x}}^{x^2+x} \frac{1}{2 + \sqrt[3]{t^2}} dt$$

[2 puntos]

4. Calcular la siguiente integral indefinida:

$$\int \frac{8x^2 + 6x + 6}{x^3 - 3x^2 + 7x - 5} dx$$

[2.5 puntos]

5. Hallar la solución general de la ecuación diferencial:

$$5y^3 dx - y^2(-2x + y^2 x^4) dy = 0$$

[2.5 puntos]



OPCIÓN 2 (MAT-2).

1. Sean las funciones $f(x) = \ln(3 - |x|)$ y $g(x) = 2\sqrt{x} - 1$. Determinar el dominio de definición de la función compuesta $f \circ g$.

[1.5 puntos]

2. Determinar los extremos absolutos de la función $f: [-3,3] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por:

$$f(x) = |4x - 3| - x^2$$

[1.5 puntos]

3. Se sabe que $f(t)$ es una función continua tal que $f(0) = 1$ y que satisface la ecuación:

$$\int_0^x f(t)dt = \int_x^3 3f'(t)dt + B$$

Determinar la función $f(t)$ y la constante B .

[2.5 puntos]

4. Calcular la siguiente integral indefinida:

$$\int \frac{\ln x}{\sqrt{x} - 1} dx$$

[2 puntos]

5. Resolver la ecuación diferencial $y' = 2y - y^2$ con la condición $y(0) = 1$.

[2.5 puntos]



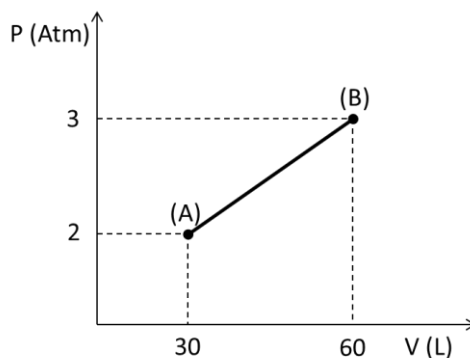
FÍSICA

(Elija UNA opción de Física)

OPCIÓN 1 (FIS-1).

Un mol de un gas ideal monoatómico pasa de un estado A, con 2 atmósferas y 30 litros, a un estado B, con 3 atmósferas y 60 litros. Dando por hecho que la transformación tiene una representación en el plano P-V, en forma de recta (ver figura), determinar:

- La variación de la energía interna del gas **[1 punto]**.
- El trabajo realizado por el gas en la transformación **[2 puntos]**.
- El calor intercambiado con el ambiente en el proceso **[1 punto]**.
- El calor específico del gas en el inicio y al final del proceso. ¿Es politrópica la transformación? **[3 puntos]**.
- Asumiendo que el trabajo y calor intercambiado con los alrededores ha sido de forma reversible, calcule el cambio de entropía del gas en el proceso **[2 puntos]**.
- Si ahora se realiza una transformación isoterma desde el punto B a un punto C en el que el volumen es de 20 litros, determine la variación de energía libre de Helmholtz. **[1 punto]**.



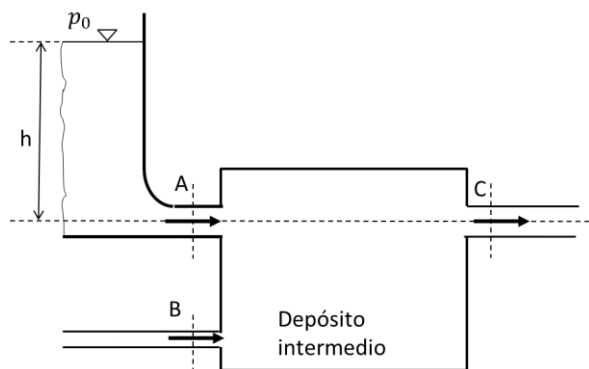


OPCIÓN 2 (FIS-2).

Sea el depósito intermedio de la figura, que tiene dos tuberías de entrada (A y B) y una de salida (C), todas de secciones son circulares y de radios R_A , R_B y R_C respectivamente. A través del depósito circula un fluido de densidad constante ρ , manteniéndose completamente lleno y siendo el flujo estacionario. En A y C las velocidades pueden considerarse constantes a través de sus secciones. En la sección B la velocidad tiene una distribución parabólica en función de la distancia al eje de la tubería:

$$u_B = U_{Bmax} \left(1 - \left(\frac{r}{R_B} \right)^2 \right)$$

Se conocen las velocidades u_A y U_{Bmax} .



Obtenga:

- La velocidad en la tubería C. **[3 puntos]**
- El caudal en cada una de las tuberías, medido en litros por minuto. **[2 puntos]**
- La presión estática en C en función de la altura h, considerando despreciable el efecto de la viscosidad. **[2 puntos]**
- En la sección B, donde la viscosidad (ν) ha de tenerse en cuenta, obtenga la tensión viscosa en el centro de la tubería y en las paredes de la misma. **[2 puntos]**
- El número de Reynolds en B y C. Indique el posible régimen de movimiento en cada una de estas tuberías. **[1 punto]**

Datos: $R_A = 5 \text{ cm}$, $R_B = 1 \text{ cm}$, $R_C = 7 \text{ cm}$, $u_A = 0,5 \text{ m/s}$, $U_{Bmax} = 0,2 \text{ m/s}$, $h = 3 \text{ m}$, $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\nu = 1,307 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (agua a 10°C), $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$.



METEOROLOGÍA Y CLIMATOLOGÍA
(Elija **UNA** opción de Meteorología y Climatología)

OPCIÓN 1 (MyC-1)

1. Un barco en el hemisferio norte se desplaza hacia el norte a una velocidad de 15 km/h. El vector gradiente de presión apunta hacia el noreste y en esa dirección la presión en superficie aumenta al ritmo de 4 Pa/km. ¿Cuál es la tendencia barométrica registrada en una estación situada en una isla cercana si la presión a bordo del barco disminuye a razón de 90 Pa/180min? **[4 puntos]**.
2. A una latitud de 45° en el hemisferio norte, la temperatura media del estrato comprendido entre 700 y 925 hPa aumenta hacia el este a razón de 5 K por cada 100 km. Si el viento geostrófico a 925 hPa es del noreste y de 10 m/s, ¿cuál es la velocidad y dirección del viento geostrófico a 700 hPa? **[6 puntos]**.
3. ¿Cuál es la advección de temperatura media en el estrato 700-925 hPa del apartado anterior? **[4 puntos]**.
4. Una columna de aire situada en 30 °N, inicialmente con vorticidad relativa nula ($\xi_{inicial} = 0$), se extiende desde la superficie hasta una tropopausa fija situada a 12 km de altura. Si la columna de aire se mueve hasta que se encuentra sobre una barrera montañosa de 3 km de altura situada en 60 °N, ¿cuáles son sus vorticidades absoluta y relativa al pasar por la cima de la montaña, asumiendo que la atmósfera es barotrópica? **[6 puntos]**.



OPCIÓN 2 (MyC-2)

1. Sabiendo que la presión atmosférica en una masa de aire es de 985 hPa y que su temperatura es de 20 °C, calcular la densidad del aire en los siguientes casos:
 - a) suponiéndolo totalmente seco. **[2 puntos]**.
 - b) suponiéndolo húmedo con una tensión de vapor de 18,2 hPa. **[5 puntos]**.

2. Determinar la temperatura de saturación y la altura del nivel de condensación por ascenso adiabático de una masa de aire sabiendo que en el nivel inicial $T = 20\text{ °C}$ y $h = 70\text{ %}$. **[7 puntos]**.

3. Considérese una atmósfera con una temperatura en el nivel de referencia $T(0\text{ m}) = 23\text{ °C}$. Justifica si es estable o inestable y calcula el índice de estabilidad en los siguientes casos:
 - a) Si $T(100\text{ m}) = 22,2\text{ °C}$ y es una atmósfera seca. **[2 puntos]**.
 - b) Si $T(100\text{ m}) = 22,2\text{ °C}$ y tiene una humedad específica de $q = 10\frac{\text{g}}{\text{kg}}$ **[2 puntos]**.
 - c) Si $T(100\text{ m}) = 21\text{ °C}$ y la temperatura virtual $T_v(100\text{ m}) = 23\text{ °C}$ **[2 puntos]**.

Datos: $\frac{c_{pv}}{c_{pd}} = 1,85$